

סהב	3	2	1

מבחן מועד ב' במודלים חישוביים, סמסטר ב' תשע"ב (2012)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' ישי מנצור, ד"ר יפתח הייטנר

מתרגלים: מריאנו שיין, אורי להב

14/08/12

הוראות

1. מומלץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות. לא תינתן כל הארכה נוספת.
3. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. **יש לענות על השאלות הסגורות בטופס התשובות ועל השאלות הפתוחות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה).** מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ומספר גרסה.
6. במבחן 10 שאלות סגורות ו-2 שאלות פתוחות.
א. בנוגע לשאלות הסגורות:
- הניקוד לכל שאלה הינו 6 נקודות. תשובה שגויה לא תזכה לנקודות.
- לכל שאלה יש לסמן תשובה אחת בטופס התשובות המצורף.
- יש לזכור למלא שם, ת.ז. ומספר גרסה בטופס התשובות המצורף.
ב. בנוגע לשאלות הפתוחות:
- הניקוד לכל שאלה הינו 20 נקודות.
- יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
- יש לענות תשובות ברורות ענייניות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה, בתרגול, או בתרגיל בית) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.

בהצלחה!

מספר הגרסה שלך הוא: 1

סמן זאת כרגע בטופס התשובות!

חלק א: שאלות סגורות

שאלה 1

טענה א: אין שפה L שאינה ב- R , אך L וגם \bar{L} הם ב- $co-RE$.
טענה ב: לכל מספר טבעי n קיימת שפה סופית L_n שאינה ניתנת להכרעה.

- א. טענה א נכונה וטענה ב שגויה.
- ב. טענה ב נכונה וטענה א שגויה.
- ג. טענה א נכונה וטענה ב נכונה.
- ד. טענה א שגויה וטענה ב שגויה.

שאלה 2

טענה א: לכל זוג שפות L ו- C : אם L רגולרית ו- $L \cap C$ כריעה אז C כריעה.
טענה ב: לכל זוג שפות L ו- C : אם L רגולרית ו- $L \cap C$ חסרת-הקשר אז C חסרת-הקשר.

- א. טענה א נכונה וטענה ב שגויה.
- ב. טענה ב נכונה וטענה א שגויה.
- ג. טענה א נכונה וטענה ב נכונה.
- ד. טענה א שגויה וטענה ב שגויה.

שאלה 3

שפה חסרת הקשר L מתקבלת מדקדוק חסר הקשר עם משתנים $\{B, A, S\}$, משתנה התחלתי S , וחוקי הגזירה הבאים:

$S \rightarrow AS \mid \epsilon$
 $A \rightarrow 0B$
 $B \rightarrow 0B \mid 1B \mid \epsilon$

שפה רגולרית R מתקבלת ע"י האוטומט האי-דטרמיניסטי $(\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0\})$ כאשר δ מוגדרת כך:

$$\delta(q_1, 1) = \{q_1\} \quad \delta(q_0, 0) = \{q_1\} \quad \delta(q_0, 1) = \emptyset \quad \delta(q_1, 0) = \{q_0, q_1\}$$

- א. L מוכלת ממש ב- R .
- ב. R מוכלת ממש ב- L .
- ג. $R=L$.
- ד. טענות א', ב' ו-ג' אינן נכונות.

שאלה 4

נתונות ארבע שפות C, B, A ו- D וידועים הפרטים הבאים:

1. ישנה רדוקציה מיפוי פולינומיאלית מ- A ל- B .
2. ישנה רדוקציה מיפוי פולינומיאלית מ- B ל- C .
3. ישנה רדוקציה מיפוי פולינומיאלית מ- D ל- C .

טענה א: אם A היא NP-complete אז C היא NP-complete.
טענה ב: אם C כריעה אז המשלים של D כריעה.

- א. טענה א תמיד נכונה וטענה ב לפעמים שגויה.
- ב. טענה ב תמיד נכונה וטענה א לפעמים שגויה.
- ג. טענה א תמיד נכונה וטענה ב תמיד נכונה.
- ד. טענה א לפעמים שגויה וטענה ב לפעמים שגויה.

שאלה 5

$\left\{ \langle M \rangle \mid \begin{array}{l} M \text{ is a TM that in the computation} \\ \text{of } M(\varepsilon) \text{ the head never moves three times in a row left} \end{array} \right\}$

לאיזו מחלקה שייכת שפה זו ?

- א. R.
- ב. $RE \setminus R$.
- ג. $coRE \setminus R$.
- ד. תשובות א', ב' ו-ג' אינן נכונות.

שאלה 6

$REPEATS - CONFIGURATION = \left\{ \langle M, w \rangle \mid \begin{array}{l} M \text{ is a TM that enters some configuration} \\ \text{more than once in processing input } w \end{array} \right\}$

לאיזו מחלקה שייכת שפה זו ?

- א. R.
- ב. $RE \setminus R$.
- ג. $coRE \setminus R$.
- ד. תשובות א', ב' ו-ג' אינן נכונות.

שאלה 7

ניח $co-NP \neq NP$.

נגדיר מחלקת שפות all-NP באופן הבא:

שפה L ב all-NP אם הם קיימת מ"ט אי-דטרמיניסטית M כך ש:

1. M פולינומיאלית (קיים פולינום p כך שלכל קלט w, זמן הריצה של כל מסלול חישוב קטן מ- $p(|w|)$).
2. לכל w ב L, כל מסלולי החישוב של M(w) מסתיימים במצב מקבל.
3. לכל w שאינו ב L, קיים מסלול חישוב של M(w) המסתיים במצב דוחה.

- א. אם L ב NP אזי \bar{L} בהכרח ב all-NP.
- ב. אם L ב NP אזי L בהכרח ב all-NP.
- ג. ישנה שפה L ב NP כך שגם L וגם \bar{L} אינן ב all-NP.
- ד. all-NP = NP.

שאלה 8

דקדוק חסר הקשר מיוחד הוא דקדוק חסר הקשר בו לא קיים משתנה A שניתן לגזור ממנו מחרוזת שמכילה את A (כלומר, לא ניתן לגזור מ-A מחרוזת $\beta\alpha$ במספר סופי של צעדי גזירה, כאשר β, α הן מחרוזות כלשהן המורכבות ממשתנים וטרמינלים). L היא שפה שמתקבלת ע"י דקדוק חסר הקשר מיוחד.

מהי המחלקה הקטנה ביותר (ביחס להכלה) אליה שייכת L?

- א. שפות רגולריות.
- ב. שפות סופיות.
- ג. שפות חסרות הקשר
- ד. תשובות א', ב' ו-ג' אינן נכונות.

שאלה 9

ניזכר כי $DTIME(t(n))$ היא קבוצת כל השפות הניתנות להכרעה ע"י מ"ט דטרמיניסטית (חד סרטית) הרצה בזמן $O(t(n))$. בהנחה כי קיימת מ"ט אוניברסלית T לסמלוי "חסר הפסד": T מקבלת כקלט (קידוד של) מכונה M, מחרוזת w ומספר t, מריצה את M על w למשך t צעדים, ומחזירה את המצב בו M לאחר t הצעדים. זמן הריצה של T על קלט $\langle M, w, t \rangle$ הוא $O(|M| \cdot t)$. מבין הטענות הנכונות סמן את החזקה ביותר (זאת שלא נגררת ע"י טענה נכונה אחרת):

- א. $DTIME(n^2)$ מכילה ממש את $DTIME(n^2/2)$
- ב. $DTIME(n^2)$ מכילה ממש את $DTIME(n^2/\sqrt{\log n})$
- ג. $DTIME(n^2)$ מכילה ממש את $DTIME(n^2/\log n)$
- ד. $DTIME(n^2)$ מכילה את $DTIME(n^2 * \log n)$

שאלה 10

נתונות שפות A ו-B שאינן כריעות. אלו מהשפות הבאות הן בהכרח לא כריעות?

- א. $A \cup B$
- ב. $AB \cup BA$
- ג. תשובות א' ו-ב' נכונות.
- ד. תשובות א' ו-ב' אינן נכונות.

חלק ב: שאלות פתוחות

שאלה 1

בעיית הכרעה XS היא הבעיה הבאה:

קלט: n מספרים שלמים x_1, \dots, x_n

שאלה: האם קיימת תת-קבוצה S של $\{1, \dots, n\}$ כך שמתקיים:

$$\sum_{i \in S} x_i + |\bar{S}| = \sum_{i \notin S} x_i + |S|$$

הוכח ש-XS היא NP-complete.

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 2

נתונות שתי שפות הבאות

$$GT = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid M_1 \text{ and } M_2 \text{ are TMs and } |L(M_1) \cap L(M_2)| > 2012 \}$$

$$EQ = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid M_1 \text{ and } M_2 \text{ are TMs and } |L(M_1) \cap L(M_2)| = 2012 \}$$

אחת משתי השפות היא ב- R.E. ואחת אינה ב- R.E.

א. השפה שהיא ב- R.E. היא _____

הוכחה:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

ב. השפה שאינה ב-R.E. היא _____

הוכחה:

