

סהב	5	4	3	2	1

## מבחן מועד א' - מודלים חישוביים, סמסטר ב' תשע"ג (2013)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' ישי מנצור, ד"ר יפתח הייטנר

מתרגלים: מריאנו שיין, אורן זלצמן

26/07/13

### הוראות

1. מומלץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות. לא תינתן כל הארכה נוספת.
3. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. **יש לענות על השאלות הסגורות בטופס התשובות ועל השאלות הפתוחות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה).** מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת. יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ומספר גרסה.
6. במבחן 14 שאלות סגורות ו-5 שאלות פתוחות.
  - א. בנוגע לשאלות הסגורות:
    - סה"כ 32 נקודות. הניקוד לכל שאלה מופיע לידה מספר השאלה.
    - תשובה שגויה לא תזכה לנקודות.
    - לכל שאלה יש לסמן תשובה אחת בטופס התשובות המצורף.
    - יש לזכור למלא שם, ת.ז. ומספר גרסה בטופס התשובות המצורף.
  - ב. בנוגע לשאלות הפתוחות:
    - סה"כ 70 נקודות. הניקוד לכל שאלה מופיע לידה מספר השאלה.
    - סימון "תשובה ריקה" יזכה בחלק (קטן) מהנקודות כמצוין ליד מספר השאלה.
    - יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
    - יש לענות תשובות ברורות ענייניות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה, בתרגול, או בתרגיל בית) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.
8. יש להניח  $P \neq NP$ , אלא אם מצוין אחרת.

מספר הגרסה שלך הוא: 1 סמן זאת כרגע בטופס התשובות!

*בהצלחה!*

## חלק א: שאלות סגורות

### חלק א.1

עבור ארבע בעיות (שפות) A, B, C, ו-D נתון:

- יש רדוקציה פולינומיאלית מ-A ל-B
- יש רדוקציה פולינומיאלית מ-B ל-C
- יש רדוקציה פולינומיאלית מ-D ל-C

בכל אחת מהשאלות הבאות מוצגת טענה. בטופס התשובות יש לבחור ע"פ המפתח הבא:

- הטענה נכונה, עבור כל בחירה של השפות A, B, C, ו-D
- הטענה לא נכונה, עבור כל בחירה של השפות A, B, C, ו-D
- לפעמים (בחירה של השפות A, B, C, ו-D) הטענה נכונה ולפעמים הטענה אינה נכונה

### טענה 1 (2 נקודות)

אם A היא NP-complete אזי C היא NP-complete

### טענה 2 (2 נקודות)

אם A היא NP-complete ו-C ב-NP אזי B היא NP-complete

### טענה 3 (2 נקודות)

C היא NP-complete ו-D אינה ב-NP

### טענה 4 (2 נקודות)

אם ל-C יש אלגוריתם קירוב עם פקטור 2 (2-approximation) אזי ל-D יש אלגוריתם קירוב עם פקטור 2

### טענה 5 (2 נקודות)

C היא NP-complete ו-A היא ב-RE ולא ב-R

## חלק א.2

עבור ארבע בעיות (שפות) A, B, C, ו-D נתון:

- יש רדוקציה מיפויי מ-A ל-B
- יש רדוקציה מיפויי מ-B ל-C
- יש רדוקציה מיפויי מ-D ל-C

בכל אחת מהשאלות הבאות מוצגת טענה. בטופס התשובות יש לבחור ע"פ המפתח הבא:

- הטענה נכונה, עבור כל בחירה של השפות A, B, C, ו-D
- הטענה לא נכונה, עבור כל בחירה של השפות A, B, C, ו-D
- לפעמים (בחירה של השפות A, B, C, ו-D) הטענה נכונה ולפעמים הטענה אינה נכונה

### טענה 6 (2 נקודות)

A היא ב-RE ואינה ב-R ו-C היא ב-R

### טענה 7 (2 נקודות)

אם C היא RE אזי החיתוך של B ו-D היא ב-RE

### טענה 8 (2 נקודות)

אם A היא ב-R אזי המשלים של B ב-R

### טענה 9 (2 נקודות)

המשלים של A אינו ב-RE ו-B ב-co-RE

### טענה 10 (2 נקודות)

אם C היא co-RE אזי D היא co-RE

**חלק א.3**

בכל אחת מן השאלות הבאות נתונות שתי שפות  $L_1, L_2$ . סמן עבור כל שאלה:

- א. אם מתקיים  $L_1 \subsetneq L_2$
- ב. אם מתקיים  $L_2 \subsetneq L_1$
- ג. אם מתקיים  $L_1 = L_2$
- ד. אם לא מתקיים אף אחד מהסעיפים הנ"ל

**טענה 11 (3 נקודות)**

$R = 0^*1^*$  הינו הביטוי הרגולרי:  $L_1 = L(R)$  כאשר  $R$

$L_2 = L(G)$  כאשר  $G$  הינו דקדוק חסר הקשר אשר מתואר ע"י כללי הגזירה הבאים:

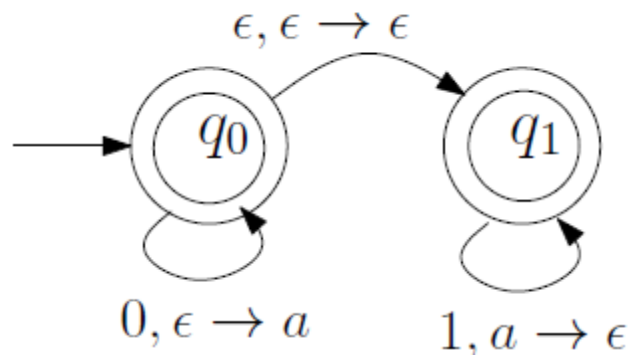
$$S \rightarrow 0S1 \mid \epsilon$$

**טענה 12 (3 נקודות)**

$L_1 = L(G)$  כאשר  $G$  הינו דקדוק חסר הקשר אשר מתואר ע"י כללי הגזירה הבאים:

$$S \rightarrow 0S1 \mid 0S \mid \epsilon$$

$L_2 = L(P)$  כאשר  $P$  הינו אוטומט מחסנית אשר מתואר ע"י האיור הבא:



**טענה 13 (3 נקודות)**

$L_1 = L(G)$  כאשר  $G$  הינו דקדוק חסר הקשר אשר מתואר ע"י כללי הגזירה הבאים:

$$B \rightarrow b \mid \epsilon$$

$$A \rightarrow a \mid \epsilon$$

$$S \rightarrow AS \mid SB \mid \epsilon$$

$L_2 = L(R)$  כאשר  $R = a^*b^*$  הינו הביטוי הרגולרי:

**טענה 14 (3 נקודות)**

$L_1 = L(R_1)$  כאשר  $R = ((0^*1^*)^* 11(0^*1^*)^*)^*$  הינו הביטוי הרגולרי:

$L_2 = L(R_2)$  כאשר  $R = (0 \cup 1)^* 11 (0 \cup 1)^*$  הינו הביטוי הרגולרי:

## חלק ב: שאלות פתוחות

שאלה 1 (20 נקודות).  
אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה)  (4 נקודות)

חתך בגרף  $G = \langle V, E \rangle$  הוא חלוקה של הצמתים  $V$  לשתי קבוצות זרות  $V = V_1 \cup V_2$ .  
גודלו של חתך כנ"ל הוא מספר הקשתות הסמוכות על שני חלקי החתך:  
 $|\{(u, v) \in E : u \in V_1, v \in V_2\}|$   
לחתך בו מתקיים  $|V_1| = |V_2|$  קוראים "חציה" (Bisection).

בעיית ההכרעה  $LargeCut$  היא הבעיה הבאה:  
קלט: גרף  $G = \langle V, E \rangle$  ומספר טבעי  $k$   
שאלה: האם קיים ב  $G$  חתך בגודל  $k$  לפחות

בעיית ההכרעה  $LargeBisection$  היא הבעיה הבאה:  
קלט: גרף  $G = \langle V, E \rangle$  ומספר טבעי  $k$   
שאלה: האם קיימת בגרף חציה בגודל  $k$  לפחות

בהנתן ש  $LargeCut$  היא  $NP$ , הוכח כי  $LargeBisection$  היא ב  $NP$

1. הוכח כי  $LargeBisection$  היא ב  $NP$
2. הראה רדוקציה מ  $LargeCut$  ל  $LargeBisection$

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 2 (20 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה)  (4 נקודות)

נתונה השפה הבאה:

$$L = \{ \langle M \rangle : M \text{ is a Turing Machine and } \exists n > 0, \forall w \in \Sigma^n, M \text{ accepts } w \}$$

1. הראו ש-L היא ב-RE

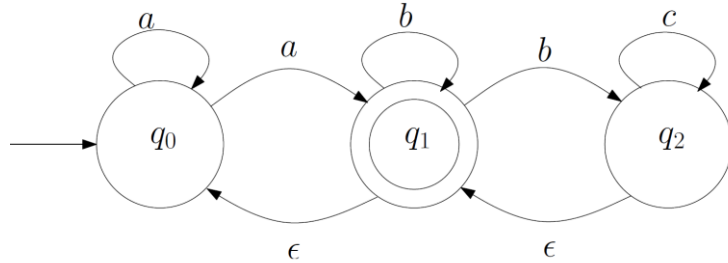
2. הראו רדוקציית מיפויי מבעיית העצירה לשפה L

תעודת זהות:

מספר מחברת:

**שאלה 3 (10 נקודות).**  
**אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה)  (2 נקודות)**

נתון אוטומט סופי לא דטרמיניסטי (NFA), צייר אוטומט סופי דטרמיניסטי (DFA) שקול בעל מספר מצבים קטן ככל האפשר.



תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 4 (10 נקודות).  
אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) □ (2 נקודות)

נתונה השפה הבאה:

$\{ \langle M, x, 1^n \rangle \mid M \text{ is a TM and } \forall c \in \Sigma^*, M \text{ accepts in } n \text{ steps when given } (x, c) \text{ as input} \}$

יש להוכיח שהשפה ב Co-NPC.



תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 5 (10 נקודות).  
אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה)  (2 נקודות)

בהינתן DFA A עם N מצבים:  
הוכח שהשפה  $L(A)$  היא אינסופית אם ורק אם קיימת  $w \in L(A)$  כך ש- $N < |w| \leq 2N$