גרסה 1

מס' ת.ז.: ____________________ **מס' מחברת:** __________

בוחן אמצע במודלים חישוביים - 2007 סמסטר א׳

מרצה: פרופ׳ נחום דרשוביץ
מתרגלת: ריקי רוזן

הוראות:

1. **מומלץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.**
2. משך הבחינה – **שעתיים. לא תינתן הארכה.**
3. אסור שימוש בכל חומר עזר.
4. יש לענות על השאלות בטופס התשובות. המחברות מיועדות לטיוטא ולא תיבדקנה.
5. בבוחן 10 שאלות סגורות. בכל שאלה יש לסמן תשובה יחידה.
6. כל תשובה נכונה מעניקה 10 נקודות; תשובה שגוייה לא מזכה בכלום.
7. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
8. יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ו**מספר גרסה (הסבר נוסף בסעיף הבא)**.
9. בטור השמאלי של המסגרת "לשימוש המשרד " סמנו את גרסת הבוחן אשר רשומה בעמוד זה למעלה.

בהצלחה!

השאלות:

גרסה 1

מס' ת.ז.: ______________________ **מס' מחברת: ___________**

1. הנח כי ברשותך דיקדוק חסר הקשר G בצורה הנורמאלית של חומסקי. מספר המשתנים ב G הוא m-2. אם ניתן לגזור מ G מילה בעזרת 2^m <u>צעדי גזירה</u> אזי:

   א. L(G) היא בהכרח אינסופית
   ב. L(G) בהכרח סופית
   ג. L(G) יכולה להיות סופית ויכולה להיות אינסופית
   ד. $L(G)\cap L(R)$ כאשר R שפה רגולרית כלשהי, היא בהכרח סופית.

2. פעולת DropChar מוגדרת באופן הבא:
   $DropChar(L)=\{xy|\exists a\in\Sigma \text{ s.t. } xay\in L\}$
   השפות הרגולריות סגורות תחת DropChar(L) שכן:

   א. הרעיון: ניקח שני עותקים של ה DFA של L (עבור x-ו y) ונתחיל מהראשון. בכל שלב אנחנו יכולים לנחש שכאן הסתיים x, לנחש את a ולעבור למצב המתאים בעותק השני.
   יהי $A = (Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ אוטומט סופי דטרמיניסטי עבור L. נבנה אוטומט לא דטרמיניסטי N עבור DropChar(L) באופן הבא:
   $N = (Q\times\{1,2\},\Sigma,\delta',(q_0,1),F\times\{2\})$, כאשר:
   $\forall q\in Q, a\in\Sigma \quad \delta'((q,1),a)=\{(\delta(q,a),1)\}$
   $\delta'((q,2),a)=\{(\delta(q,a),2)\}$
   $\forall q\in Q \quad \delta'((q,1),\varepsilon)=\{(\delta(q,a),2) | a\in\Sigma\}$

   ב. הרעיון: ניקח את ה DFA של L ובכל שלב אנחנו יכולים לנחש שכאן הסתיים x, לנחש את a ולעבור למצב המתאים.
   יהי $A = (Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ אוטומט סופי דטרמיניסטי עבור L. נבנה אוטומט לא דטרמיניסטי N עבור DropChar(L) באופן הבא:
   $N = (Q,\Sigma,\delta', q_0,F)$, כאשר:
   $\forall q\in Q, a\in\Sigma \quad \delta'(q, a)= \delta(q,a)$
   $\forall q\in Q \quad \delta'(q, \varepsilon)=\{\delta(q,a) | a\in\Sigma\}$

   ג. א+ב

   ד. אף אחת מהתשובות אינה נכונה.

3. עבור שתי שפות L_1 ו- L_2 מעל א"ב Σ, נגדיר
   $A(L_1,L_2) = \{ x\in\Sigma^* | \exists y,z\in L_2 \text{ such that } yxz\in L_1 \}$.
   נניח ש- L_1 רגולרית ו- L_2 חסרת הקשר. אזי $A(L_1,L_2)$:

   א. בהכרח רגולרית.
   ב. בהכרח לא רגולרית.
   ג. יכולה להיות רגולרית ויכולה להיות לא רגולרית.
   ד. בהכרח אינה חסרת הקשר.

4. עבור שפה L מעל א"ב Σ, נגדיר
$B(L) = \{ ww^R \mid w \in L \}$.
נניח שL רגולרית אזי $B(L)$:

א. בהכרח רגולרית.
ב. בהכרח לא רגולרית.
ג. בהכרח חסרת הקשר אך לא בהכרח רגולרית.
ד. יכולה להיות לא רקורסיבית (לא כריעה).

5. דקדוק חסר הקשר עבור $\{ a^i b^j \mid i,j \geq 0, i \neq j \}$

א.

$S \rightarrow aBb \mid aAb$
$B \rightarrow Bb \mid \varepsilon$
$A \rightarrow aA$

ב.

$S \rightarrow aBb \mid aAb$
$B \rightarrow Bb \mid \varepsilon$
$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$

ג.

$S \rightarrow AC \mid CB$
$C \rightarrow aCb \mid \varepsilon$
$A \rightarrow aA \mid a$
$B \rightarrow bB \mid b$

ד.

$S \rightarrow AC \mid CB \mid \varepsilon$
$C \rightarrow aCb \mid \varepsilon$
$A \rightarrow aA \mid a$
$B \rightarrow bB \mid b$

6. תהי $\Sigma=\{0,1\}$ נגדיר את L להיות השפה הבאה $0^n \circ X \circ X \circ 0^m$ כאשר n ו- m מספרים טבעיים. למשל 0001011010000 היא מילה בשפה, שכן היא מתקבלת כש n=3, X=101, m=4, אולם 1100 אינה בשפה, שכן היא לא מתחילה בלפחות אפס אחד. L אינה רגולרית שכן:

   א. לכל n אפשר לקחת את המילה $00^n1^n0^n1^n0$ ולכל חלוקה של המילה ל-xyz שמקיימת $|y|>0$, $|xy|\le n$ קיים i כך ש המילה xy^iz אינה בשפה.

   ב. נסתכל על השפה $R=\{w|w\in 0\Sigma^*0\}$ כלומר שפת כל המילים שמתחילות ומסתיימות ב-0. R רגולרית ולכן גם השפה המשלימה לR (R^c) רגולרית מכיוון שהשפה $R^c\cap L$ מוכלת בשפה $\{ww|w\in\Sigma^*\}$, שהוכחנו שאינה רגולרית, אזי L אינה רגולרית.

   ג. א+ב נכונות.

   ד. אף תשובה אינה נכונה.

7. נגדיר את הפעולה הבאה: $A(L)=\{w_1w_2 : |w_1|=|w_2| \text{ and } w_1,w_2^R\in L\}$ אם L רגולרית אזי:

   א. A(L) רגולרית.
   ב. A(L) חסרת הקשר .
   ג. א+ב.
   ד. אף תשובה אינה נכונה.

8. נגדיר מודל דומה לTM אלא שפונקצית המצבים δ היא מהצורה הבאה: $\delta:Q\times\Gamma\rightarrow Q\times\Gamma\times\{S,R\}$ כלומר המכונה קוראת תו מהסרט רושמת תו אחר במקומו ומחליטה אם להישאר במקום (S) או להזיז את הראש הקורא\כותב ימינה (R) – לא ניתן לחזור אחורה. השפות המוכרעות ע"י מכונת טיורינג ממודל זה הן: (בחר את המחלקה הגדולה ביותר ביחס להכלה)

   א. השפות הרגולריות .
   ב. השפות חסרות ההקשר .
   ג. השפות הרקורסיביות (כלומר המודל שקול למודל TM שנלמד בכיתה).
   ד. שפות רגולריות ושפות שאינן רגולריות אך לא את כל השפות חסרות ההקשר.

9. השפה $L=\{a^nb^nc^n : n\ge 0\}$ אינה חסרת הקשר שכן:

   א. $a^nb^nc^n$ אינו ביטוי רגולרי.

   ב. השפה המשלימה אינה חסרת הקשר.

   ג. לכל n המילה $a^nb^nc^n$ מקיימת שלכל חלוקה של המילה ל uvxyz כך ש $|vy|>0$, $|vxy|\le n$, מתקיים שלכל $i\ge 0$, המילה uv^ixy^iz אינה שייכת ל-L.

   ד. א+ג
   ה. אף תשובה אינה נכונה.

גרסה 1

מס' ת.ז.: ______________________ **מס' מחברת: ___________**

01. תהי M מכונת טיורינג, $M=(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0\}$ כך ש $\Sigma=\{0,1\}$, $\Gamma=\{0,1,X,Z,b\}$ כאשר b הוא רווח ו δ מוגדרת באופן הבא:

	0	1	X	Z	B
q_0	Z,q_1,R	Z,q_2,R	X,q_0,R	Reject	Accept
q_1	$0,q_1,R$	X,q_3,L	X,q_1,R	Reject	Reject
q_2	X,q_3,L	$1,q_2,R$	X,q_2,R	Reject	Reject
q_3	$0,q_3,L$	$1,q_3,L$	X,q_3,L	Z,q_0,R	Reject

איזה דקדוק המייצר את השפה ש M מכריעה (כלומר את L(M))?

א. $S \rightarrow \varepsilon \mid 1S0 \mid 0S1$
ב. $S \rightarrow \varepsilon \mid 1S0S \mid 0S1S$
ג. $S \rightarrow \varepsilon \mid 1S0S \mid 0$
ד. אף תשובה אינה נכונה.